

חשמל ומגנטיות לתלמידי הנדסה

פרק 2 - חוק קולון

תוכן העניינים

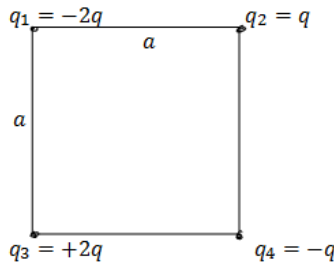
1. חוק קולון וסופרפוזיציה.....1
2. התפלגות מטען רציפה.....4

חוק קולון וסופרפוזיציה:

שאלות:

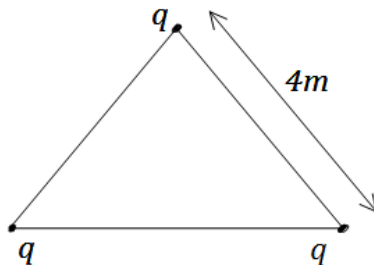
(1) מטען בפינת ריבוע

חשב את הכוח הפועל על המטען שבפינה התחתונה הימנית של הריבוע שבשרטוט. q ו- a נתונים.



(2) מטענים בקודקודי משולש

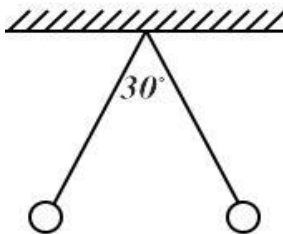
שלושה מטענים זהים נמצאים על קדקודיו של משולש שווה צלעות. גודל כל מטען הוא $q = 2\mu C$ ואורך צלע המשולש היא $4m$.



מצא את הכוח שמרגיש כל מטען כתוצאה מהמטענים האחרים.

(3) שני כדורים תלויים

שני כדורים בעלי מסה m ומטען זהה תלויים מהתקרה ע"י חוטים בעלי אורך L . הזווית בין החוטים היא 30° מעלות. מצא את מטען הכדורים.

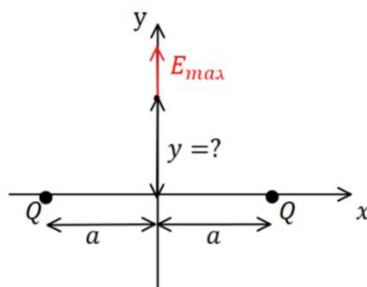


(4) שדה מקסימלי בין שני מטענים

שני מטענים בעלי מטען זהה Q נמצאים על ציר ה- x בנקודות $(a, 0)$ ו- $(-a, 0)$. א. מצאו את הנקודה על ציר ה- y כלומר $(0, y)$ שבה השדה החשמלי מקסימלי.

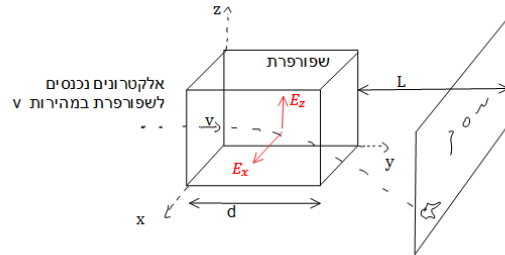
ב. מה גודל השדה בנקודה זו?

ג. באיזה נקודה השדה מקסימלי בציר ה- z ?



5) שפופרת טלויזיה

אלקטרונים נכנסים לשפופרת במהירות V נתונה.
 בשפופרת יש שדה קבוע בשני הכיוונים הניצבים למהירות כניסת האלקטרונים.
 אורך השפופרת הוא d .
 חשב את נקודת הפגיעה של האלקטרונים במסך הנמצא במרחק L מקצה השפופרת.
 הנח כי $d \ll L$ וכי מסת ומטען האלקטרון ידועים.



6) דיפול מפעיל כוח על דיפול

דיפול חשמלי מורכב משני מטענים נקודתיים $\pm q$

הנמצאים בנקודות $\left(0, \pm \frac{d}{2}\right)$ (ראו איור).

א. חשבו את השדה החשמלי שיוצר הדיפול

בנקודה $(y, 0)$ שעל ציר ה- y .

ב. השתמשו בתוצאת הסעיף הקודם וחשבו את

הכוח שמפעיל הדיפול הנ"ל על דיפול נוסף

שמטעניו גם כן $\pm q$ המרוחקים זה מזה

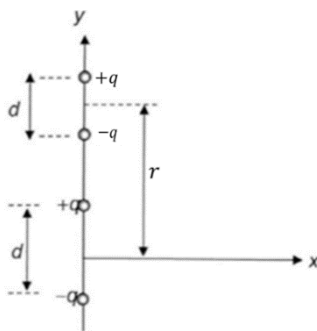
מרחק d (המצוי על ציר ה- y גם כן) ואשר מרכזו

במרחק r ממרכז הדיפול הראשון. הניחו ש- $r > d$.

ג. למה תצטמצם תשובתכם לסעיף קודם עבור $r \gg d$?

הדרכה: השתמשו בפיתוח לטור טיילור (או מקלורן) של פונקציית

$$\text{החזקה: } (1+x)^n \approx 1+nx+\frac{n(n-1)}{2}x^2+\dots$$



תשובות סופיות:

$$\frac{kq^2}{a^2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \quad (1)$$

$$3.897 \cdot 10^{-3} \text{ N} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{mg}{k}} \tan(15^\circ) L^2 (2 - \sqrt{3}) \quad (3)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} a \quad \text{ג.} \quad \frac{4kQ}{\sqrt{27}a^2} \quad \text{ב.} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} a \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$z \approx \frac{|e|E_z d \cdot L}{mv^2}, \quad \frac{|e|E_x d \cdot L}{mv^2} \quad (5)$$

$$\vec{E}(y) = kq \left[\frac{1}{\left(y - \frac{d}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(y + \frac{d}{2}\right)^2} \right] \hat{y} \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$\vec{F} = kq^2 \left[\frac{2}{r^2} - \frac{1}{(r+d)^2} - \frac{1}{(r-d)^2} \right] \hat{y} \quad \text{ב.}$$

$$\vec{F} = -\frac{6d^2 kq^2}{r^4} \hat{y} \quad \text{ג.}$$

התפלגות מטען רציפה:

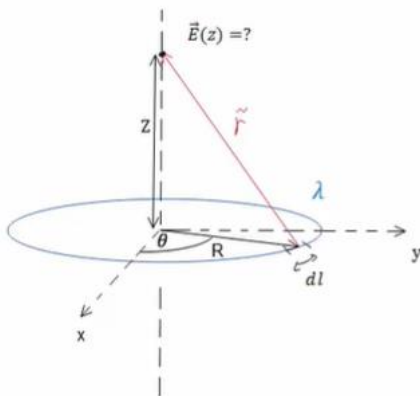
שאלות:

(1) התפלגות מטען רציפה-תיל מכופף



תיל אינסופי הטעון בצפיפות מטען ליח' אורך λ מכופף לחצי מעגל בעל רדיוס R . מצא את השדה במרכז חצי המעגל.

(2) שדה של טבעת ודיסקה

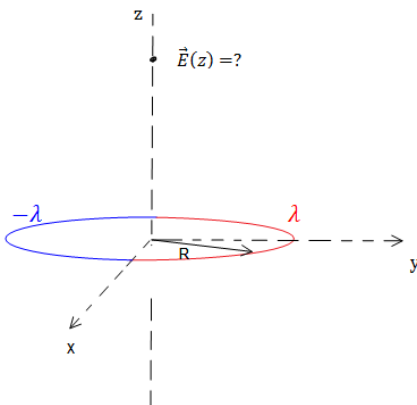


נתונה טבעת בעלת רדיוס R וצפיפות מטען ליחידת אורך λ .

א. חשב את השדה של טבעת ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען ליחידת אורך λ לאורך ציר הסימטריה של הטבעת.

ב. חשב את השדה החשמלי של דיסקה ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען σ לאורך ציר הסימטריה של הדיסקה.

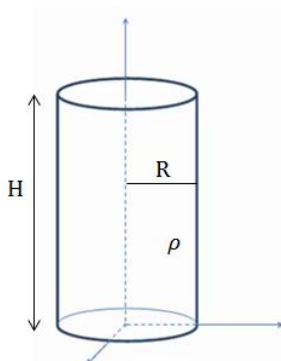
(3) טבעת חצי חצי



נתונה טבעת בעלת רדיוס R .

חציה האחד של הטבעת טעון בצפיפות מטען λ וחציה השני טעון בצפיפות $-\lambda$. מצא את השדה לאורך ציר הסימטריה של הטבעת.

(4) שדה של גליל מלא



גליל מלא בעל רדיוס R וגובה H טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ . מצא את השדה לאורך ציר הסימטריה של הגליל (בתוך ומחוץ לגליל).

(5) טבעת עם צפיפות לא אחידה

טבעת ברדיוס R טעונה בצפיפות מטען משתנה התלויה בזווית עם ציר ה- x .

$$\lambda(\theta) = \lambda_0 \sin \theta$$

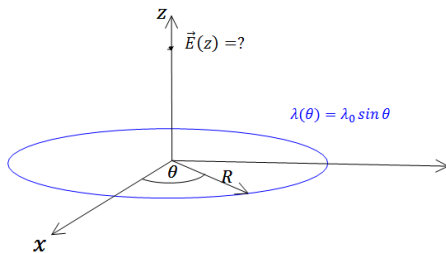
λ_0 , R קבועים נתונים.

א. מהו סך המטען על הטבעת?

ב. מצא את השדה החשמלי בכל נקודה על ציר הסימטריה של הטבעת (גודל וכיוון).

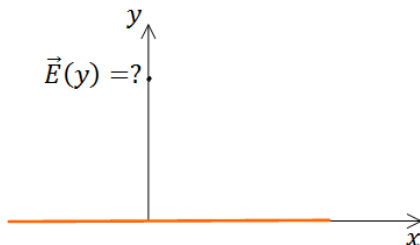
ג. מצא מהו השדה החשמלי עבור $z \gg R$.

איזה שדה מאפיין מתקבל? ומדוע? (סעיף זה קשור לנושא של דיפולים).

**(6) שדה של תיל סופי**

תיל סופי באורך L טעון במטען כולל Q המפולג בצורה אחידה.

חשב את השדה החשמלי לאורך ציר המאונך לתיל והעובר במרכזו.

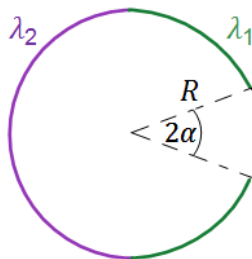
**(7) שדה של טבעת עם חלק חסר**

במערכת הבאה ישנה טבעת ברדיוס R שחציה הימני טעון בצפיפות מטען λ_1 וחציה השמאלי טעון

בצפיפות מטען λ_2 .

לחציה הימני חסר חלק באורך קשת הנשען מול הזווית 2α .

מצא את השדה במרכז הטבעת.

**(8) כוח של מוט על מוט**

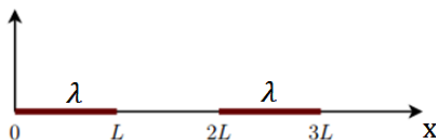
שני מוטות בעלי אורך L טעונים

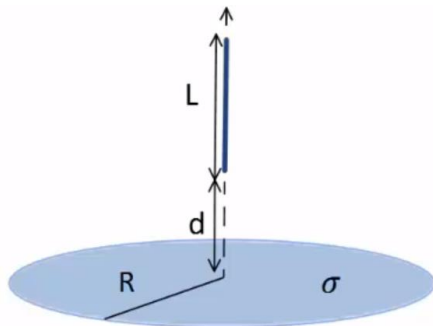
בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ .

שני המוטות מונחים על ציר ה- x

כפי שנראה בצור.

מצא את הכוחות שמפעילים המוטות אחד על השני.



**(9) כוח של מוט על דסקה**

במערכת הבאה ישנה דסקה (מלאה) ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען אחידה ליחידת שטח σ . מוט באורך L מונח לאורך ציר הסימטריה של הדסקה ובגובה d מעל מרכזה (ראה איור). המוט טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ . מצא מה הכוח שמפעיל המוט על הדסקה.

(10) חרוט קטום**

מטען q נמצא בקודקודו של משטח בצורת חרוט בעל חצי זווית מפתח השווה ל- θ ואורך הקו היוצר הוא l (ראו איור). החרוט טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת שטח σ .

א. האם ניתן לחשב את הכוח על המטען אם המטען נמצא ממש בקצה החרוט?

כעת מסירים את חציו העליון של החרוט כך שנשאר חרוט קטום.

ב. חשבו את הכוח הפועל על המטען מהחרוט. (הדרכה: השתמש בסופרפוזיציה של טבעות, השטח של טבעת אינפיניטסימלית בעובי dr הנמצאת במרחק r מקודקוד החרוט הוא: $dS = 2\pi r \sin \theta dr$ בקואורדינטות כדוריות).

ג. עבור איזו זווית θ הכוח מקסימאלי? מה קורה כאשר: $\theta = \frac{\pi}{2}$?

תשובות סופיות:

$$(1) \quad 0$$

$$(2) \quad \text{א.} \quad \frac{k\lambda R\pi z}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \begin{cases} \hat{z} & z > 0 \\ -\hat{z} & z < 0 \end{cases}$$

$$\text{ב.} \quad 2\pi k\sigma z \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right)$$

$$(3) \quad 2 \cdot \frac{-k\lambda R^2 2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$(4) \quad 2\pi\sigma k$$

$$(5) \quad \text{א.} \quad 0 \quad \text{ב.} \quad -\frac{k\pi\lambda_0 R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{ג.} \quad -\frac{k\pi\lambda_0 R^2}{z^3}$$

$$(6) \quad \frac{kQ}{y \left(\left(\frac{L}{2} \right)^2 + y^2 \right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$(7) \quad \frac{k}{R} [\lambda_1 (2 \sin \alpha - 2) + \lambda_2 \cdot 2]$$

$$(8) \quad kx^2 \ln \left| \frac{4}{3} \right|$$

$$(9) \quad 2\pi k\sigma\lambda \left[L - \left(\sqrt{R^2 + (L+d)^2} \right) - \sqrt{R^2 + d^2} \right]$$

$$(10) \quad \text{א. לא, כי המרחק בין המטען למטענים בקודקוק הוא אפס ואי אפשר לחשב}$$

$$\text{ב.} \quad \vec{F} = q\pi\sigma k \sin(2\theta) \ln 2 \cdot \hat{z} \quad \text{כוח כאשר המרחק הוא אפס.}$$

$$\text{ג. החרוט הקטום הופך לדיסקה עם חור והשדה במרכז מתאפס.}$$